U7.4 Jak se bude pohybovat částice s klidovou hmotností m_0 s nábojem q a počáteční rychlostí $\vec{v}_0$ v homogenním magnetickém poli indukce $\vec{B}$?

Nerelativisticky

$$m_0\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

soustava souřadnic, tak aby $\vec{B} = (0,0,B)$

relativisticky

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{v}\times\vec{B}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m_0}\vec{v}\times\vec{B}$$

$$\dot{v}_x = \frac{qB}{m_0}v_y \qquad \dot{v}_y = \frac{qB}{m}(-v_x) \qquad \dot{v}_z = 0$$

$$\ddot{v}_x = \frac{qB}{m_0}\dot{v}_y = -\frac{q^2B^2}{m_0^2}v_x$$

$$v_x = A\cos\left(\frac{qB}{m_0}t+\varphi\right) \qquad x = \frac{m_0}{qB}A\sin\left(\frac{qB}{m_0}t+\varphi\right)+x_0$$

$$v_y = -A\sin\left(\frac{qB}{m_0}t+\varphi\right) \qquad y = \frac{m_0}{qB}A\cos\left(\frac{qB}{m_0}t+\varphi\right)+y_0$$

$$v_z = \text{const} \qquad z = v_z t + z_0$$

šroubovice

cyklotronová frekvence $\omega_{nerel} = \frac{qB}{m_0}$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{E}{c^2}\vec{v}\right) = q\vec{v}\times\vec{B}$$

energie E se zachovává $\left(\frac{\partial L}{\partial t}=0\right)$

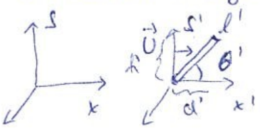
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{c^2}{E}q\vec{v}\times\vec{B}$$

$\Downarrow$

cyklotronová frekvence

$$\omega_{rel} = \frac{c^2 qB}{E} = \frac{qB}{m_0}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

(7.16) Tyč vlastní délky l' je v klidu v soustavě S' kde svírá s osou x' úhel θ'. Určete délku tyče l a úhel θ v soustavě S spojené s S' speciální Lorentzovou transformací.



délka $l = \sqrt{(x_2-x_1)^2 - (y_2-y_1)^2} = \sqrt{[\gamma(x_2'+Ut') - \gamma(x_1'+Ut')]^2 + (y_2'-y_1')^2} = \sqrt{\gamma^2\underbrace{(x_2'-x_1')^2}_{d'} + \underbrace{(y_2'-y_1')^2}_{h'}}$

$$d = \frac{d'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma d' \qquad h' = h \qquad \operatorname{tg}\theta = \frac{h}{\gamma d'} = \frac{1}{\gamma}\operatorname{tg}\theta'$$

7.21) Přesvědčte se, že z transformačních vzorců pro čtyřrychlost plynou relativistické vzorce pro skládání rychlostí. Co dávají transformace časových složek?

$$u'^{\alpha} = \Lambda^{\alpha}{}_{\mu}u^{\mu}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{c}{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}} \\ \frac{\vec{v}'}{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \\ \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{pmatrix}$$

$$\frac{c}{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}} = \gamma\frac{c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \beta\gamma\frac{v_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} =$$

$$\frac{c}{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}} = \frac{\gamma}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}(c-\beta v_x) = \frac{\gamma}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(c-\frac{Uv_x}{c}\right)$$

$$\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{\gamma\left(1-\frac{Uv_x}{c^2}\right)}$$

$$v_x' = \sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}\left(-\beta\gamma\frac{c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{\gamma v_x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{\sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\gamma(-\beta c+v_x) = \frac{v_x-U}{1-\frac{Uv_x}{c^2}}$$

$$v_y' = \sqrt{1-\frac{v'^2}{c^2}}\left(\frac{v_y}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{v_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1-\frac{Uv_x}{c^2}}$$